GRAPÍ VILUMARA, P.; MASSA ESTEVE, M.R. (ed.) (2011), *Actes de la VI Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament*. Barcelona, SCHCT-IEC, p. 47-52.

DE L'ANÈCDOTA MATEMÀTICA A LA INTEGRACIÓ DE LA HISTÒRIA EN EL CONTEXT DE L'AULA

Maria Rosa LATORRE SARLÉ
Escola Guinardó SCCL

Paraules clau: *història de les matemàtiques, matemàtica babilònica, àrees*

From the mathematical anecdote to the integration of history in the context of the classroom.

Summary: *Our curriculum has separated the history of mathematics of the education in this field for a long time. Teachers have often relegated the history to leisure or recreational situations or to small research projects. Throughout this article we will see other proposals in order to integrate history in our classes.*

Key words: *History of Mathematics, Babylonian Mathematics, areas*

Ús anecdòtic de la història i petites recerques

Durant molt de temps, el nostre currículum educatiu ha separat la història de les matemàtiques de l'ensenyament d'aquesta matèria. Sovint els docents, - en part guiats per una manera d'ensenyar més tradicional, hem relegat la història només a algunes situacions totalment desvinculades del currículum com poden ser tallers matemàtics per a gimcanes escolars o algunes recerques sobre un tema concret relacionat amb les matemàtiques. Alguns exemples d'activitats lúdiques que han dissenyat els alumnes poden ser càlculs senzills, jocs de daus o els sudokus amb altres numeracions que es mostren a la Fig.1.

Un altre exemple d'activitat proposada pels alumnes dins d'una recerca sobre el nombre auri, ha estat la comprovació d'algunes de les proporcions en un dels alumnes i es pot veure en la Fig. 2.

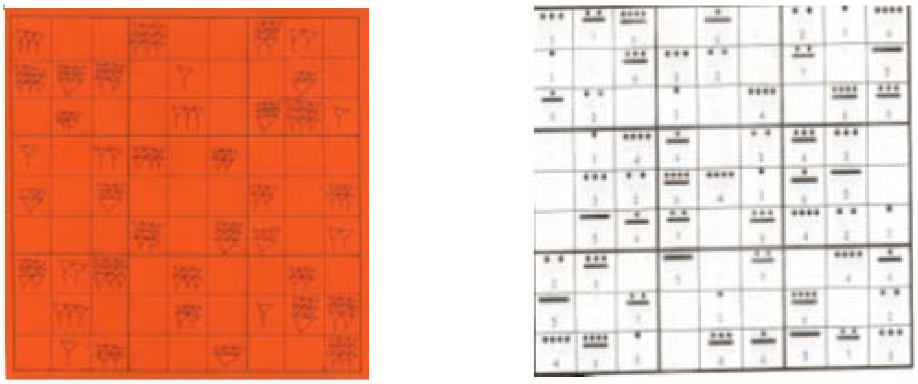
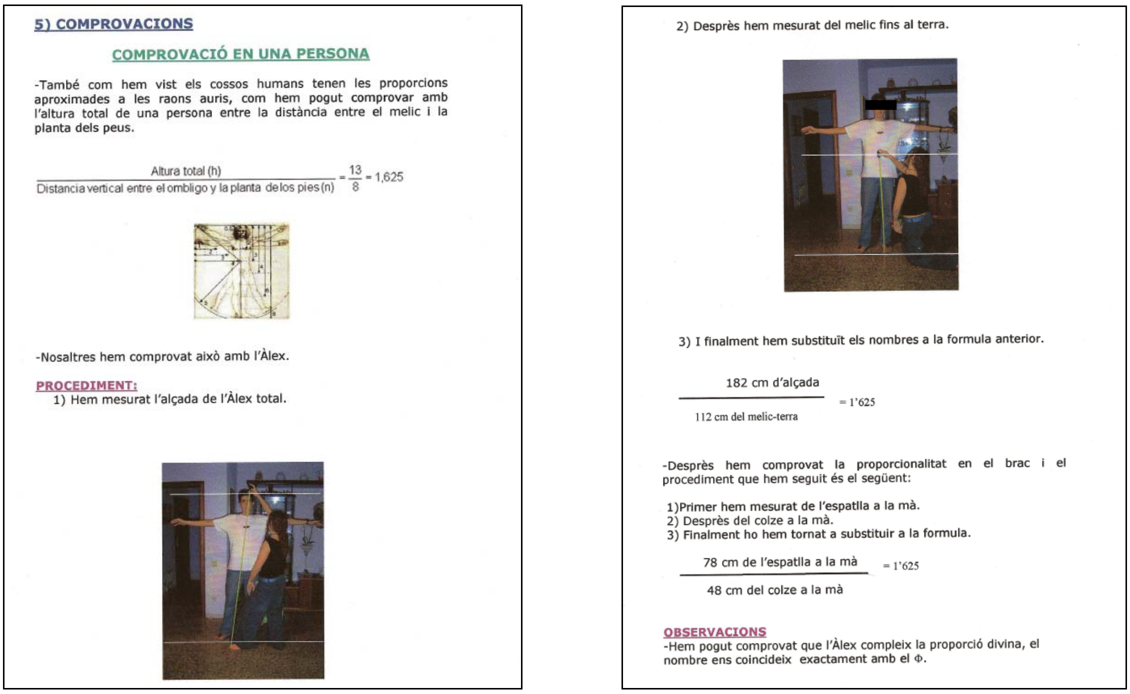


Fig. 1. Sudokus adaptats per dos alumnes de 2n d'ESO de l'Escola Guinardó.



5) COMPROVACIONS

COMPROVACIÓ EN UNA PERSONA

-També com hem vist els cossos humans tenen les proporcions aproximades a les raons auris, com hem pogut comprovar amb l'altura total de una persona entre la distància entre el melic i la planta dels peus.

$$\frac{\text{Altura total (h)}}{\text{Distancia vertical entre el ombligo y la planta de los pies (n)}} = \frac{13}{8} = 1{,}625$$

-Nosaltres hem comprovat això amb l'Àlex.

PROCEDIMENT:

1) Hem mesurat l'alçada de l'Àlex total.

2) Desprès hem mesurat del melic fins al terra.

3) I finalment hem substituït els nombres a la formula anterior.

$$\frac{\text{182 cm d'alçada}}{\text{112 cm del melic-terra}} = 1'625$$

-Desprès hem comprovat la proporcionalitat en el brac i el procediment que hem seguit és el següent:

1)Primer hem mesurat de l'espatlla a la mà.
2) Desprès del colze a la mà.
3) Finalment ho hem tornat a substituir a la formula.

$$\frac{\text{78 cm de l'espatlla a la mà}}{\text{48 cm del colze a la mà}} = 1'625$$

OBSERVACIONS

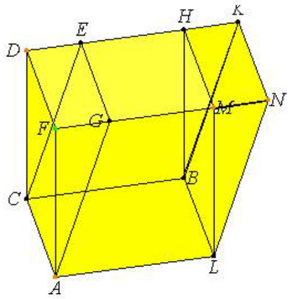
-Hem pogut comprovat que l'Àlex compleix la proporció divina, el nombre ens coincideix exactament amb el Φ.

Fig. 2. Activitat de comprovació del nombre auri plantejada per alumnes de 4t d'ESO de l'Escola Guinardó de Barcelona.

Integració d'activitats relacionades amb la història dins del currículum

Anant una mica més enllà en aquest procés d'integració de la història en el context natural de l'aula es poden utilitzar diferents activitats en les situacions quotidianes, tot barrejant-les amb altres que no siguin històriques. Aquesta manera d'entendre les matemàtiques ens porta a elaborar diferents materials basant-nos en problemes ja existents.

Dos exemples que hem utilitzat són uns problemes de volums de cossos dins d'una prova inicial de contingut matemàtic. En el primer cas, s'utilitza un problema històric plantejat per Euclides, només com a exemple d'una situació de comparació de volums i, per altra banda, s'utilitza un text històric en el que hi ha contingut matemàtic en el que els alumnes han de seguir un procés i una terminologia que els



Tasca 2 de la prova inicial de volum
(Basada en Euclides. Llibre XI proposició 29)

Observa la següent figura:

Hi ha dues figures que tenen el mateix volum. Digues quines són les lletres que formen aquesta figura.

Fig. 3. Tasca 2 d'una prova inicial sobre volum. Latorre (2007).

Tasca 9 de la prova inicial de volum[1]

Llegim el fragment del text de l'arquitecte Fontana (s.XVI) sobre la manera de trobar el volum de l'obelisc del Vaticà i respon a les següents preguntes:

1)Què són els pams cúbics?

2) Com diries d'una altra manera " el cos de l'Agulla" ?

3) Marca en el dibuix:
- L'altura de 107 pams i mig
- El gruix del peu
- Els 8 pams i cinc minuts
- Els 12 pams i mig
- L'altura de 6 pams
- Pinta de vermell la punta de l'agulla

4) En el text antic es parla de " cinc minuts de gruix": Ara ja ningú parla de cinc minuts de gruix. Per tant, a quina mesura creus que es refereix? Raona la teva resposta.

"... per esbrinar quants pams cúbics entraven en el cos de l'Agulla vaig agafar l'altura des de la quadratura superior on comença la seva punta fins la base amb una plomada, i vaig trobar que l'altura era de cent set pams i mig. Un cop fet això, vaig mesurar el gruix del peu que és de dotze i cinc minuts. El mateix vaig fer amb la quadratura d'adalt sota la punta, en aquest lloc mesura vuit pams cinc minuts de gruix. Sobre l'esmentada quadratura, la punta, semblant a una altra Agulleta amb uns altres angles i vèrtexs, sembla un esperó de sis pams ...".

Fig. 4. Tasca 9 d'una prova inicial sobre volum. Latorre (2007).

és desconeguda. L'anàlisi de la implementació i de les respostes de 20 alumnes de 3r d'ESO formen part de la investigació desenvolupada per l'equip Audimat i queden recollides en la tesi doctoral de l'autora d'aquest article (Latorre, 2007).

En la primera activitat (Fig. 3) es va poder veure que la majoria dels alumnes identificaven correctament cossos amb el mateix volum, encara que molts d'ells identificaven els cossos amb la mateixa forma (ACDEGF =LBHKNM) i només alguns d'ells amb formes diferents. Els alumnes que no

1 Adaptada de Núñez, Servat, 2004: 25-30.

van identificar els volums iguals, bàsicament confonien la noció de volum amb la d'àrea ja que només identificaven les figures planes iguals.

En la segona activitat (Fig. 4) també es va poder constatar la dificultat que tenen els alumnes amb alguns textos històrics i la necessitat de pautar les activitats ja que hi va haver alumnes que no eren capaços d'interpretar la informació del text i no van contestar. En l'anàlisi de les respostes es va poder observar que més de la meitat dels alumnes relacionaven els pams cúbics amb una mesura de volum i identificaven correctament les mesures que apareixien en el text. Tot i això, es va veure que una alumna va fer una aproximació únicament lingüística, identificant-lo directament amb el volum de la mà.

Disseny d'una unitat didàctica basada en continguts històrics

En un pas més de buscar de quina manera d'integrar la història de les matemàtiques dins del currículum es va dissenyar una unitat didàctica anomenada *"Un passeig per la història de les àrees de figures planes"* en la que les activitats eren extretes de documents històrics. La idea principal va ser treballar les figures planes i en concret les seves àrees des de diferents moments de la història potenciant que el seu aprenentatge sigui més significatiu ja que no només es resolen activitats sinó que fa que comparin el mètode utilitzat amb el que ells coneixen.

Aquesta unitat didàctica està pensada majoritàriament per a alumnes de 2n d'ESO i consta de quatre fitxes, que són: *Àrees de figures a Mesopotàmia* (àrea de trapezi), *Àrees de figures a Egipte*. Papir Rhind i Moscou (àrees de triangle, rectangle i cercle), *les àrees de figures a la Índia* (àrea bruta i exacta de triangles i quadrilàters cíclics i teorema de Brahmagupta) i la *fórmula d'Heró* (fitxa més aviat d' ampliació o per segon cicle d'ESO). Cada una de les fitxes s'inicia mostrant el context geogràfic, històric i científico-matemàtic en el que es van proposar i desenvolupar les activitats concretes.

Primers resultats de la implementació

Durant el primer trimestre del curs escolar 2009- 2010 s'ha implementat la primera fitxa de la unitat *"Un passeig per la història de les àrees de figures planes"* amb els alumnes de 1r i 2n d'ESO de l'Escola Guinardó (Grup de 20 alumnes d'ampliació a 1r d' ESO i dos grups de 30 alumnes de 2n d'ESO) lligant-la amb la unitat del sistema de mesura sexagesimal. L'objectiu principal de portar a terme aquesta activitat era poder detectar les dificultats que sorgien quan es portava a l'aula i d'aquesta manera si fos necessari poder replanificar l'activitat. Per tal de poder veure quines dificultats eren pròpies de l'activitat i quines del contingut, també es va passar també com activitat lúdica fora del currículum a alumnes de segon cicle d'ESO (un grup de 20 alumnes de 3r i un de 20 alumnes de 4t).

Un cop feta la presentació del context i de realitzar els primers càlculs històrics amb el sistema sexagesimal, els alumnes poden llegir amb el text de l'activitat tal com es pot trobar en la tauleta VAT 7848[2]:

2 VAT= Vorderasiatische Abteilung, Tontafeln, Staatliche Museen, Berlin

PAS 1. Dibuixa en un trapezi les mesures que s'indiquen a la tauleta: un costat fa 30, l'altre costat fa 30, l'amplada superior és 50 i l'amplada inferior és 14.	**PAS 2.** Comprova que 30 vegades 30 és 15; 0 en el sistema de numeració babilònica.
PAS 3. Resta 14 de 50 i fes la meitat del resultat. Fes un nou dibuix i situa en el dibuix la mesura que correspon a aquest càlcul.	**PAS 4.** Multiplica aquest resultat per ell mateix. El valor que et dóna en el sistema babilònic és 5; 24.
PAS 5. Et diuen que si restes 5; 24 a 15; 0, et dóna 9;36. És correcte el valor donat per l'escriba?	**PAS 6.** Com traduiries al llenguatge algebraic la pregunta "Quin nombre hauria de multiplicar-se per ell mateix per donar 9,36?"
PAS 7. Comprova que 24 vegades 24 és 9,36.	**PAS 8.** L'escriba diu que 24 és la línea de divisió. A quina línia creus que es refereix?
PAS 9. Si sumes les dues amplades. Què dóna?	**PAS 10.** I quan val la meitat? Digues quina part del trapezi acabes de calcular?
PAS 11. Si multipliques la línea de divisió per aquest valor el resultat és…….	**PAS 12.** Compara aquest mètode amb el que ja coneixes i contesta.

Taula 1. Passos en el que es divideix l'activitat extreta de la tauleta VAT 7848.

> " Un trapezi on 30 és un dels costats, 30 és l'altre costat, 50 és l'amplada superior, 14 és l'amplada inferior. 30 vegades 30 és 15,0. Resta 14 de 50 i el resultat és 36. La meitat d'això és 18. 18 vegades 18 és 5,24. Resta 5,24 de 15,0 i el resultat és 9,36. Quin nombre hauria de multiplicar-se per ell mateix per donar 9,36? 24 vegades 24 és 9,36. 24 és la línea de divisió. Suma 50 i 14, les amplades, i (el resultat és) 1,4. La meitat d'això és 32. Multiplica 24, la línea de divisió, per 32, i (el resultat és) 12,48….

En els diferents casos en els que es va implementar aquesta activitat, quan els alumnes llegien l'enunciat sencer no entenien el que acaben de llegir. Cal ser molt conscient d'aquest fet ja que és necessari pautar molt bé les diferents activitats històriques que es proposen. Per aquesta raó, quan es va dissenyar l'activitat es van proposar dotze passos per tal que els alumnes anessin seguint el procés descrit a la tauleta (Taula 1).

En aquesta activitat, aquells alumnes que estaven més acostumats a classes tradicionals en el que els dibuixos són un mer accessori del problema, van dibuixar un trapezi on la base superior era més petita que la inferior, i per tant, just a l'inrevés del que se'ls estava indicant en el pas 1. Per tant, quan s'implementa aquesta activitat cal que el docent tingui present aquest fet i faci que tots els alumnes identifiquin el trapezi tal i com està pensat en la tauleta.

Tot i que els alumnes ja havien fet alguns càlculs en aquesta activitat en sistema sexagesimal, quan van llegir els primers enunciats es van sorprendre (30 x 30 = 15) i creien que fins i tot podia ser erroni. En canvi, en els càlculs dels passos finals, els alumnes ja calculaven correctament totes les mesures i no tenien cap dificultat de càlcul amb el sistema sexagesimal.

En aquestes primeres implementacions també es va poder observar que els alumnes (tant els petits com els grans) desvinculaven els càlculs del dibuix del trapezi. El fet d'identificar correctament en

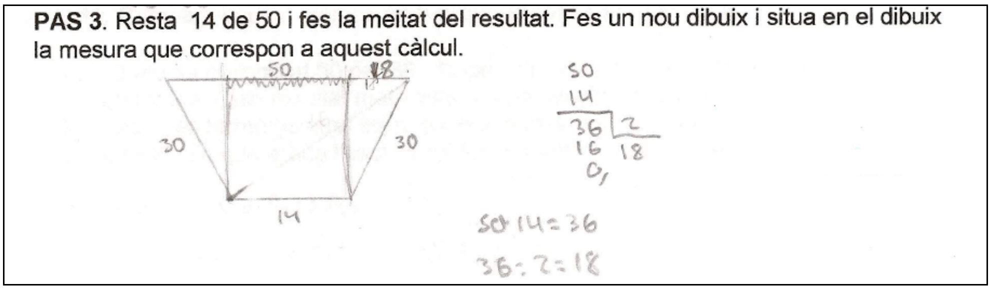


Fig.5. Resposta d'un alumne de 2n d'ESO al pas 3.

el dibuix les mesures que es van calculant és vital per tal de seguir tot el procés. Les dificultats observades han causat que en una futura planificació de l'activitat es detalli encara més el pas 3 i el pas 8 per tal que els alumnes vagin lligant més els seus càlculs al dibuix.

Un altre dels punts que va portar a error va ser el pas 4. Els alumnes de 1r i 2n d'ESO no es van equivocar, mentre que els alumnes de 3r i 4t d'ESO no van arribar a la solució indicada, sinó que van dir que era 5,4 (en el sistema decimal 324 entre 60 és 5,4). Aquest fet ve provocat per que en els alumnes més grans quan divideixen entre 60 no tenen en compte que ho fan com en el sistema decimal, en part perquè aquesta activitat no està lligada al currículum que estan treballant.

Com a conclusió de l'activitat, és convenient que un cop finalitzada l'activitat, es torni a llegir l'enunciat sencer, per tal que els alumnes siguin conscients de tot el procés i no només dels passos de forma independent.

Bibliografia

AABOE, A. (1964), *Episodes from the early history of mathematics,* Washington, Mathematical Association of America.

BOYER, C. (1986), *Historia de la matemática,* Madrid, Alianza Editorial.

LATORRE, M.R (2007), *Regulación de la noción de volumen en un aula inclusiva*. Tesis doctoral, Universidad de Barcelona.

NÚÑEZ, J.M.; SERVAT, J. (2004).,"La regla per mesurar els obeliscos quadrats de Domenico Fontana: Anàlisi historicodidàctica", *Biaix* 21, 25-30.